

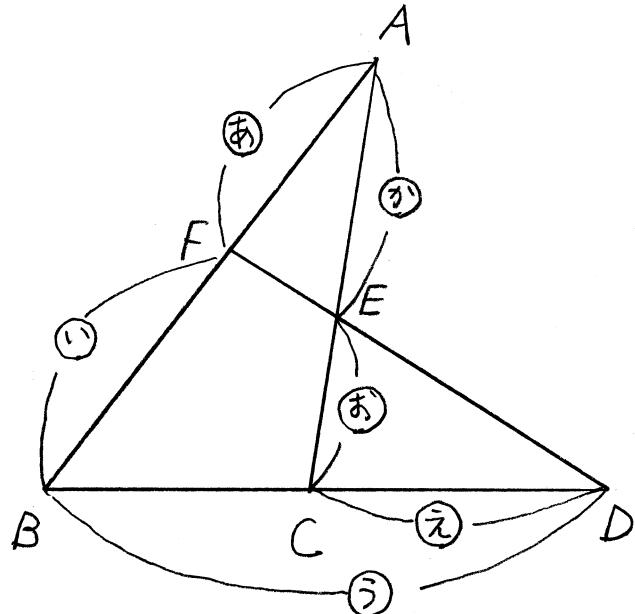
メネラウスの定理

右の図で

$$\frac{\text{あ}}{\text{い}} \times \frac{\text{う}}{\text{え}} \times \frac{\text{お}}{\text{か}} = 1$$

が成り立ちます。

これは、「メネラウスの定理」と呼ばれています。(高校では、もう少し拡張発展させた形で学習します。)



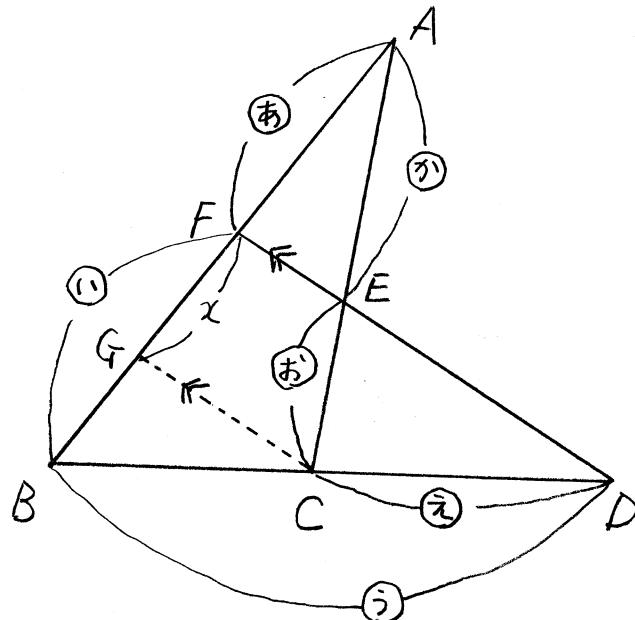
説明方法はいろいろありますが、例えば点Cを通って辺FDに平行な直線を引き、辺ABとの交点をGとし、 $FG = \chi$ とおくと、

$$\frac{\text{う}}{\text{え}} = \frac{\text{い}}{\chi} \quad \frac{\text{お}}{\text{か}} = \frac{\chi}{\text{あ}}$$

ですから、

$$\begin{aligned} & \frac{\text{あ}}{\text{い}} \times \frac{\text{う}}{\text{え}} \times \frac{\text{お}}{\text{か}} \\ &= \frac{\text{あ}}{\text{い}} \times \frac{\text{い}}{\chi} \times \frac{\chi}{\text{あ}} = 1 \end{aligned}$$

とわかります。



問題を解いてみましょう。

(1) 右図で、 $CD = BC$ 、 $AE : EC = 2 : 1$
とするとき、 $AF : FB$ を求めてみましょう。
 $AF = x$, $FB = y$ とおくと、

$$\frac{x}{y} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{2} = 1$$

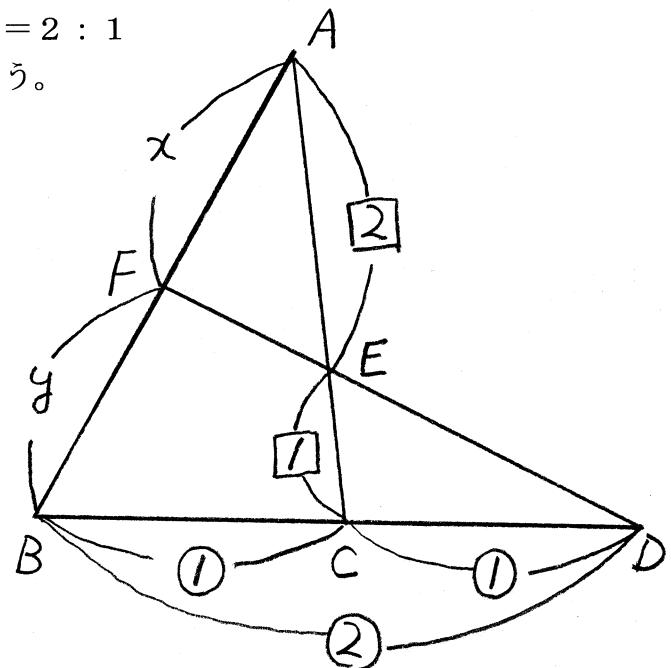
から

$$\frac{x}{y} = \frac{AF}{FB} = 1$$

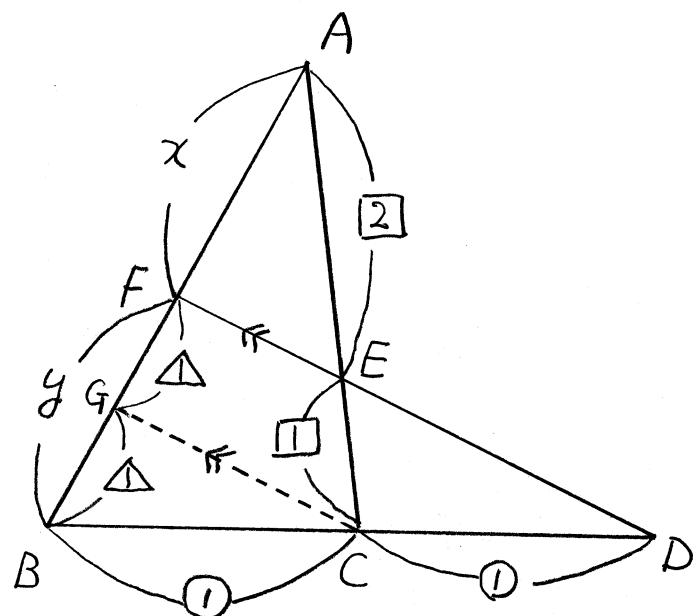
すなはち

$$AF : FB = 1 : 1$$

とわかります。



メネラウスの定理を用いずに
この問題を解くには、右図のように
補助線を引いて考えます。



もう一つ問題を解いてみましょう。

(2) 右図で $AD = DB$ 、 $AE : EC = 1 : 2$
とするとき、 $DF : FC$ を求めてみましょう。

$DF = x$, $FC = y$ とおくと、

$$\frac{x}{y} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} = 1$$

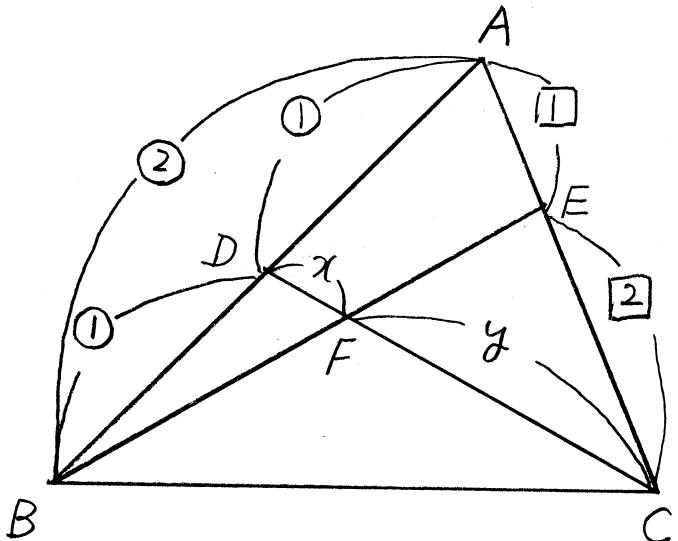
から

$$\frac{x}{y} = \frac{DF}{FC} = \frac{1}{4}$$

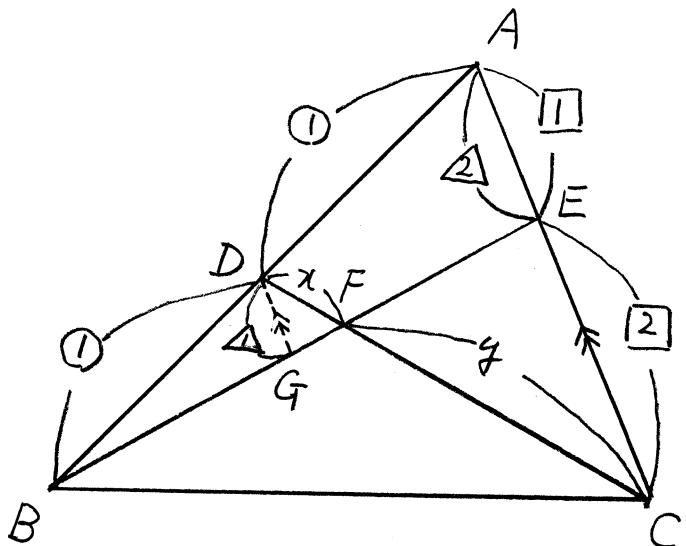
すなわち

$$DF : FC = 1 : 4$$

とわかります。



メネラウスの定理を用いずに
この問題を解くには、右図のように
補助線を引いて考えます。



補助線を引いて問題を解くことも大切ですが、入試では短時間で答えを出すことが要求されるため、この定理は覚えておくと役に立ちます。